

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Carlos José Pereira da Rocha

**A História da Matemática e Equações do 1º Grau: Uma
Experiência de Ensino com a Regra da Falsa Posição**

Campina Grande – PB

2016

Carlos José Pereira da Rocha

**A História da Matemática e Equações do 1º Grau: Uma
Experiência de Ensino com a Regra da Falsa Posição**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso em
Licenciatura em Matemática a Distância da
Universidade Federal da Paraíba como
requisito parcial para obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Graciana Ferreira
Dias

Campina Grande – PB
2016

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN
Josélia Maria Oliveira da Silva - CRB15/113

R672h Rocha, Carlos José Pereira da.
A história da Matemática e Equações de 1º Grau : Uma
experiência de ensino com a regra da falsa posição / Carlos José
Pereira da Rocha. – João Pessoa, 2016.
54p.

Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade
Federal da Paraíba.
Orientadora: Profa. Dra. Graciana Ferreira Dias.
Universidade Aberta do Brasil (EaD) - Polo Campina Grande.

1. História da Matemática. 2. Regra da falsa posição.
3. Equações de 1º Grau. I. Título.

UFPB/BS-CCEN

CDU: 51(091)(043.2)

A História da Matemática e Equações do 1º Grau: Uma Experiência de Ensino com a Regra da Falsa Posição

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso em Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

Orientadora: Professora. Dr.^a Graciana Ferreira Dias

Aprovado em: 14, 06, 16

COMISSÃO EXAMINADORA



Prof.^a Dr.^a Graciana Ferreira Dias (Orientadora)



Prof.^a Dr.^a Cristiane Borges Angelo



Prof.^a Me. Ariana Costa Silva

A minha **mãe**, que mesmo enfrentando dificuldades, se empenhou para que pudesse ter uma educação, e agora em sua velhice tem a honra de presenciar esse momento;

A meu **pai** (*in memoriam*) que sempre esteve convicto de meu sucesso através dos estudos, e não teve a oportunidade de está presente para compartilharmos;

A minha **esposa** e ao meu **filho**, que juntamente compartilhamos esse momento de muitas felicidades e alegrias;

A toda **família**, pelo incentivo irrestrito para enfrentar e superar os obstáculos encontrados nessa caminhada, e assim, conquistar com sucesso nossa formação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pois é através dele que buscamos forças para enfrentarmos os momentos difíceis e superá-los;

A minha mãe Francisca, essa guerreira, que desde a minha infância demonstrou a preocupação comigo, para que pudesse estudar;

Ao meu pai (*in memoriam*) que sempre incentivou, mas nos deixou muito cedo, sem poder compartilhar desse momento;

A minha esposa Hélia, companheira fiel nessa caminhada pela compreensão, apoio e incentivo para essa conquista;

Ao meu filho Franklin, que durante o tempo do curso não foi possível dar a atenção necessária, mas sabemos que ele nos entende;

Ao meu sobrinho Alan, pelas ajudas que tem nos dado, principalmente, quando recorremos as suas habilidades com a tecnologia;

A todos os outros familiares, pelo incentivo irrestrito de nossa vitória;

Aos professores, pela forma como conduziram os trabalhos em suas disciplinas para proporcionarmos novos conhecimentos;

A minha orientadora Graciana, pela humildade, compromisso e dedicação que demonstrou para nos motivar durante a construção do trabalho;

A coordenadora do polo de Campina Grande – PB Jaci Cordeiro e secretário Alexandre, pela colaboração;

As tutoras presenciais Poliana Brito, Roseane Amorim e Valéria Aragão, pelos momentos de interação ocorridos nesse trajeto;

Aos colegas de curso, que mesmo sem nos conhecermos pessoalmente, contribuímos uns com os outros nos momentos de interações;

Aos alunos que contribuíram durante os momentos dos estágios e a turma em que aplicamos a sequência didática;

Aos amigos, que muitas vezes ficamos ausentes;

A todos que direto ou indiretamente contribuíram para esta conquista.

A matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade, mas também suprema beleza.

Bertrand Russell

RESUMO

O presente trabalho traz como temática, a História da Matemática e equações do 1º grau com a regra da falsa posição, no intuito de vivenciar na prática, uma experiência de ensino-aprendizagem através da aplicação de uma metodologia diferente das utilizadas atualmente. Acreditamos que a diversificação da didática do professor proporcionará novos meios aos estudantes, facilitando a compreensão dos conteúdos durante o processo de ensino, tornando a aprendizagem com mais significado. O objetivo principal de nossa pesquisa é apresentar uma proposta de ensino a partir da História da Matemática para o estudo das equações do 1º grau em uma turma de 7º ano. Nesse sentido, utilizamos a abordagem qualitativa, onde a pesquisa bibliográfica foi fundamental para esclarecer a importância teórica da História da Matemática, e assim desenvolvermos o estudo de caso. Partindo desse pressuposto, consultamos algumas teorias que serviram para fundamentar nossa pesquisa, destacamos os PCN (1998), Mendes (2006), Miguel e Miorim (2004) e Baumgart (1992). Para alcançar os objetivos, construímos uma sequência didática, tendo como tema a resolução de equações do 1º grau, utilizando a regra da falsa posição. A sequência foi aplicada em uma turma do 7º ano, composta por treze alunos, em uma escola municipal da zona rural na cidade de Junco do Seridó – PB. Diante ao seu desenvolvimento, observamos que os alunos demonstraram bons desempenhos frente à resolução dos problemas históricos abordados, principalmente, porque eles proporcionaram uma ascensão motivacional, facilitando a compreensão do processo algébrico. Assim, os alunos desenvolveram novas capacidades para relacioná-los com os problemas contemporâneos, permitindo-lhe realizar novas descobertas, objetivando construir uma aprendizagem com significado. Isso mostra que a História da Matemática é um recurso didático importante para o ensino-aprendizagem da Matemática, que, aliado a outros devem ser instrumento de incrementação da metodologia docente.

Palavras-chave: História da Matemática. Regra da Falsa Posição. Equações do 1º Grau. Ensino-aprendizagem.

ABSTRACT

This work has as theme, the history of mathematics and equations of 1st degree with the rule of position false in order to experience in practice, a teaching-learning experience through the application of a different methodology currently used. We believe that the diversification the didactic of teacher will provide new ways for students, facilitating the understanding of the content during the teaching process, making learning with more meaning. The main goal of our research is to present a teaching proposal starting from the history the math to the study of the 1st degree equations in a class of 7^o year. In this sense, we use the qualitative approach where the literature was essential to clarify the theoretical importance of the history of mathematics, and so develop the case study. Based on this assumption, we consulted some theories that served to support our research, highlighting the PCN (1998), Mendes (2006), Michael and Miorim (2004) and Baumgart (1992). To achieve the objectives, we built a didactic sequence, having as theme the resolution of 1st degree equations, using the rule of false position. The sequence was applied to a group of 7^o year, composed of thirteen students in a public school of the countryside in the city of Junco do Seridó -PB. On their development, we observe that the students demonstrated good performance the resolution of historical issues addressed, mainly because they provided a motivational rise, facilitating the understanding of algebraic process. Thus, the students developed new capabilities to relate them to contemporary problems, allowing you to make new discoveries, aiming to build a learning with meaning. This shows that the history of mathematics is an important didactic resource for the teaching and learning of mathematics, which , together with others should be incrementing as instrument of methodology of teacher.

Keywords: History of Mathematics. Rule of Position false. Equations of the 1st Degree. Teaching learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Resposta do aluno A	39
Figura 2 – Resposta do aluno B	40
Figura 3 – Resposta do aluno C	40
Figura 4 – Resposta do aluno D	41
Figura 5 – Resposta do aluno D	42
Figura 6 – Resposta do aluno E	42
Figura 7 – Resposta do aluno F	43
Figura 8 – Resposta do aluno G	44
Figura 9 – Resposta do aluno A	45
Figura 10 – Resposta do aluno E	46
Figura 11 – Resposta do aluno H	46
Figura 12 – Resposta do aluno D	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Problema histórico	31
Tabela 2 – Parte da resolução do problema – equação do 1º grau	35

SUMÁRIO

1	MEMORIAL DO ACADÊMICO	12
1.1	Como aluno	12
1.2	Como professor	14
2	INTRODUÇÃO	16
2.1	Justificativa	17
2.2	Objetivos	18
2.2.1	Objetivo Geral	18
2.2.2	Objetivos Específicos	18
2.3	Metodologia	19
2.4	Apresentação do trabalho	20
3	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE EQUAÇÕES	22
3.1	A história no ensino-aprendizagem da matemática	22
3.2	História da álgebra	29
3.2.1	Resolução de equações do 1º grau: o método da falsa posição	33
4	A EXPERIÊNCIA DE ENSINO	37
4.1	A escola e os sujeitos da pesquisa	37
4.2	A sequência didática	38
4.3	Limites e possibilidades da sequência didática	48
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
	REFERÊNCIAS	52
	APÊNDICE - Sequência Didática	54

1 MEMORIAL ACADÊMICO

1.1 Como aluno

Através deste momento, apresento minha trajetória estudantil marcada por muitas dificuldades, mas superadas pela força de vontade que sempre demonstrei diante aos estudos, no entanto, almejando a realização de um sonho – uma formação superior, principalmente essa, Licenciatura em Matemática.

Iniciei meus estudos com sete anos de idade em 1977, no Distrito do Bom Jesus, município de Junco do Seridó – PB, onde resido até hoje, nessa época existia o Grupo Escolar José Mariano da Nóbrega, constituído por duas salas de aula destinada ao funcionamento das turmas, 3ª e 4ª séries, assim meus primeiros ensinamentos ocorreram na residência de Luzia Nóbrega de Oliveira – primeira professora. Conclui essa fase do Ensino Fundamental em 1981, já estudando no Grupo Escolar, tendo como professora Maria Aparecida da Nóbrega.

No ano de 1982 para dar continuidade aos estudos, tive que ir estudar no Colégio Estadual Padre Jerônimo Lauwen em Santa Luzia – PB, com apenas onze anos de idade tive que enfrentar diversos obstáculos, dentre eles, a da viagem até chegar à escola, pois acordava às quatro horas da manhã, às cinco horas tomava uma caminhonete pau de arara por doze quilômetros até a chegar BR – 230 para pegar o ônibus que transportava nós à escola, só muita força de vontade mesmo para superá-los. Estudei a segunda fase do Ensino Fundamental e três anos do ensino científico (2º grau) nessa escola, conclui no ano de 1988, tendo 18 anos de idade.

Nesse mesmo ano da conclusão, me escrevi em dois vestibulares nas faculdades de Patos – PB, Licenciatura em Geografia na Francisco Mascarenhas e Licenciatura em Medicina Veterinária na Universidade Federal da Paraíba - UFPB, mas não obtive sucesso em nenhuma dessas tentativas.

A partir de 1989 passei a fazer parte do quadro educacional da comunidade, assim, no decorrer dos anos participei dos programas de formação continuada oferecidos pela Secretaria de Educação do município, sendo assim, passamos a obter um conhecimento voltado para a prática do ensino.

Esses programas foram: encontros para discutir os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), projeto Logos II, curso da INTEL – Educação para o Futuro, e o GESTAR II.

Em 2005, tive a oportunidade de ingressar no curso superior, Licenciatura em Pedagogia, mesmo que tenha sido em modalidade especial, me dediquei bastante para cursá-lo, oferecido pela Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, destinado a professores leigos que estão em sala de aula, prestei o vestibular e dessa vez obtive o sucesso que tanto esperava, mas enfrentei diversos obstáculos até conseguir a conclusão somente no ano de 2011.

Não estando satisfeito com a minha formação, por lecionar a disciplina de Matemática já há alguns anos, por volta do ano 2010 me escrevi na plataforma Freire, programa federal que oferece formação a professores em sua área de atuação, para cursar Licenciatura em Matemática, sendo assim, esse programa me selecionou para concorrer a uma vaga através do vestibular em 2012, prestei e obtive sucesso, logo no primeiro semestre dei início ao curso pela Universidade Federal da Paraíba – UFPB, na modalidade à distância (EAD).

Durante os quatro anos e cinco meses de estudos, vivenciei momentos alternados de alegrias e tristezas, principalmente por residir muito distante do polo de apoio em Campina Grande – PB, como mais ainda da coordenação do curso em João Pessoa – PB, ficando restrito apenas aos momentos destinados à aplicação das provas presenciais e o sistema *moodle*, mesmo assim, pude construir novos conhecimentos em todas as cadeiras pagas durante esse tempo de curso.

Nesse período, conhecemos diversas teorias que proporcionaram novas reflexões a respeito de nossa experiência na prática, através da aquisição desses conhecimentos, passamos a reunir condições de criar novas ideias, objetivando aprimorar nossa didática para oferecer melhoras no processo de ensino-aprendizagem do educando. Mas, os momentos que realmente marcaram essa caminhada, foram os vivenciados durante as quatro disciplinas de Estágio Supervisionado, pois é lá que temos que demonstrar na prática toda teoria estudada. A partir desses momentos, passamos a conhecer outras pessoas: alunos, professores, diversos profissionais da escola, história da escola, dentre outras, iniciamos aí novas descobertas, que se concretizaram durante os momentos de intervenção, onde passamos a somar de forma expressiva nossos conhecimentos, como visto, batalhei bastante até chegar a esse momento gratificante, a conclusão.

1.2 Como professor

Nessa parte, farei uma descrição de minha carreira profissional como docente para compartilhar com os leitores de nosso trabalho.

Nos primeiros anos da década de 1990, iniciei meus trabalhos desempenhando essa função, quando passei a substituir os professores de séries iniciais nos dias que eles tinham a necessidade de faltar, em uma escola da zona rural da cidade de Junco do Seridó – PB. Na ocasião me senti preocupado por não ser habilitado e nem possuir nenhuma experiência, mas tive que assumir, pois era funcionário e tinha que cumprir com as decisões tomadas pela direção, assim, segui a maneira como aprendi para ensinar.

Em 1996, por motivo da aposentadoria de uma professora, assumi em definitivo uma sala de aula das séries iniciais do Ensino Fundamental. A partir daí, passei a buscar novos conhecimentos que aliados aos meus pudessem contribuir para melhorar a aprendizagem dos alunos. Para tanto, participei das formações continuadas ofertadas na sede do município, no intuito da aquisição de uma qualificação que me desce o status profissional, como explicitamos anteriormente.

No ano de 2001 foi implantada em nossa escola, a segunda fase do Ensino Fundamental, sendo incluída a cada ano uma série, e assim, passei a lecionar a disciplina de Matemática, e continuo até hoje. Nesse momento me senti seguro, pois já tinha adquirido uma experiência da prática de ensinar, apenas mim faltava a formação específica na área.

Mesmo ensinando de forma empírica, já era reconhecido por todos em desempenhar um ótimo trabalho frente à função como docente, por isso a cada dia que se passa, me sinto motivado para enriquecer meu currículo e assim reunir condições para nos posicionar diante os acontecimentos que emergem no cotidiano, principalmente, referente ao sistema educacional.

Recentemente, vivenciei outras experiências de ensino na Escola Estadual Ezequiel Fernandes na sede do município, durante este curso, nessa oportunidade, realizamos os quatro estágios desse curso, onde dei aula nas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Foram momentos sensacionais, pois pudemos colocar em prática a teoria estudada e adquirir novas experiências.

Em 2015, como professor contratado lecionei a disciplina Matemática no Ensino Médio da escola mencionada, onde tive a oportunidade de ensinar a primeira

vez essa modalidade, e assim, fazer valer o conhecimento que construí durante esses anos estudados.

Durante todo esse tempo, enfrentei vários desafios e tive a serenidade para superá-los perante das dificuldades encontradas. Graças a Deus, e meus esforços estou concluindo esse extraordinário curso – Matemática. Procurarei usufruir em todos os sentidos, para meu progresso e da escola onde trabalho, não que após essa conclusão esteja totalmente preparado, mas porque este foi mais um passo que consegui nessa caminhada, para que num futuro próximo possa cursar uma pós-graduação.

2 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como finalidade utilizar a História da Matemática no estudo de conteúdos matemáticos, tido como um recurso didático importante à metodologia adotada pelo docente. Sendo assim, ele abordará especificamente o desenvolvimento da resolução de equações do 1º grau, a partir da utilização da regra da falsa posição, parte integrante do estudo da álgebra.

Buscamos através da fundamentação teórica o respaldo para instrumentalizar nosso trabalho, no intuito de alcançar os objetivos que foram traçados. Através dos resultados pretendemos proporcionar aos leitores uma proposta composta de bons argumentos, como parâmetro de uma aprendizagem com significado.

Nessa perspectiva, entende-se que a implementação da História da Matemática no ensino-aprendizagem atribuirá novo sentido ao conhecimento matemático. Nesse sentido, Mendes (2006) enfatiza que através dessa prática, pode-se estabelecer mais incentivo e despertar a criatividade do estudante diante a didática do professor em sala de aula, constituindo assim, em uma maneira desafiadora para minimizar o ensino tradicional vivenciado atualmente, ou seja, ensino que dá ênfase a utilização de regras como forma de mecanizar procedimentos para resolver exercícios, impedindo o aluno de expor suas colocações diante do conhecimento, tornando-o passivo nesse processo de aprendizagem.

Em relação à História da Álgebra, pretende-se enfatizar as civilizações que deram origem ao seu desenvolvimento em diversos contextos. Abordaremos a história como meio de compreensão desse ramo da Matemática, que aborda uma abstração através de sua representação, criando muitas dificuldades de entendimento para a aprendizagem dos alunos. Destacamos como principais idealizadores desse conhecimento os babilônios, que desenvolveram estudos a partir do estilo retórico, para trazer contribuições significantes durante esse processo de desenvolvimento.

A temática do projeto busca vivenciar na prática uma experiência de ensino diferente das que predominam em nossa contemporaneidade. Pois, como observamos em nossa prática, boa parte dos livros didáticos utilizados nas escolas brasileiras não dão ênfase à História da Matemática através de sua metodologia como realmente a teoria sugere, visto que, a maioria dos educadores restringe-se

apenas a ele. Por isso, faz-se necessário buscar novas alternativas que venham dinamizar a metodologia do docente, objetivando ministrar aulas que proporcionem a motivação do estudante, para que, mesmo diante das adversidades encontradas no processo de aprendizagem possa sobressair e construir um conhecimento com qualidade.

Enfim, fizemos um planejamento a partir da construção da sequência didática que abordará o método da falsa posição, advindo da História da Matemática para ser utilizado na resolução das equações do 1º grau, em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal na zona rural do município de Junco do Seridó – PB. Para assim vivenciarmos na prática a eficácia ou não desse recurso, no sentido de fazermos uma reflexão acerca da utilização da história no ensino da Matemática.

2.1 Justificativa

Escolhemos esse tema para a realização de nossa pesquisa com o intuito de aprofundarmos nosso conhecimento através de um novo procedimento metodológico para o desenvolvimento da resolução de equações do 1º grau advindo da História da Matemática. Por acreditarmos que essa relação tornará o ensino-aprendizagem com mais significado durante o processo de compreensão do conteúdo estudado por parte do educando.

Nesse sentido, as equações do 1º grau são uma parte da álgebra em que os alunos apresentam muitas dificuldades em sua compreensão, por apresentar certo grau de abstração através de suas variáveis (letras), denominadas de incógnitas, que representa o valor do número desconhecido, em determinadas situações misturadas aos números, deixando o aluno confuso. Visando reduzir esse déficit na aprendizagem, Silva (2016, p.21) enfatiza,

As dificuldades encontradas no processo de ensino-aprendizagem de Álgebra, por partes dos alunos se dá muitas pela falta de aplicações reais aos conceitos apresentados. Tornar a Álgebra mais significativa é um passo determinante para que a mesma venha a ser de fato compreendida pelo aluno [...]. O fato do conteúdo não ter significado para o aluno faz com que o mesmo não se aproprie de fato dele, mas sim que mecanize procedimentos para resolver exercícios.

A visão de Silva (2016) nos remete ao caminho que deve ser seguido pelos educadores, pois entendemos que muitas dificuldades de aprendizagem serão sanadas quando os professores assumirem essa postura em sua maneira de ensinar, ou seja, criar novas alternativas que venham a incentivar o aluno para realizar outras descobertas através de diferentes procedimentos de resolução. Sendo assim, através dessa pesquisa, acreditamos que conseguiremos dar um enfoque diferente ao estudo da Álgebra a partir da História da Matemática, por entender a sua importância para uma aprendizagem com significado para o educando.

Para Silva (2016, p.21), “O fato do aluno não conseguir assimilar o uso da Álgebra em seu dia a dia desmotiva e gera desinteresse com relação a esse conteúdo”. Por isso, deve-se ter o cuidado de não serem cometidos tais procedimentos, ou seja, mecanismos através de regras para resolver problemas sem dar sentido ao que está estudando para não colocar os estudantes em apuros, no intuito, que os mesmos não venham a sofrer consequências no futuro.

Através deste trabalho, pretendemos introduzir uma nova metodologia de ensino, em que, buscamos na História da Matemática a utilização da regra da falsa posição para resolver as equações do 1º grau, recurso esquecido nos livros didáticos da educação básica do país. Como também mostrar uma nova alternativa de ensino que poderá auxiliar os professores a superar eventuais obstáculos em suas turmas, com o estudo das equações do 1º grau.

2.2 Objetivos

2.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma proposta de ensino a partir da História da Matemática para o estudo das equações do 1º grau em uma turma de 7º ano.

2.2.2 Objetivos Específicos

- Compreender a importância da História da Matemática no processo de aprendizagem.

- .Elaborar e aplicar uma sequência didática baseada no método da falsa posição para ensino de equações do 1º grau em uma turma de 7º ano.
- Refletir sobre a utilização desse método para compreensão da resolução de equações do 1º grau.

2.3 Metodologia

Com o objetivo de proporcionar ao educando meios que venham a facilitar a compreensão do estudo da Álgebra no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, nesse caso, especificamente as equações de 1º grau, utilizamos em nosso trabalho uma abordagem qualitativa, que segundo Godoy (1995, p.21), “Partindo de questões amplas que vão se aclarando no decorrer da investigação, o estudo qualitativo pode, no entanto, ser conduzido através de diferentes caminhos”.

Nessa perspectiva, a pesquisa bibliográfica foi fundamental para esclarecer a importância teórica da História da Matemática, principalmente, por ser um recurso motivador, constituindo assim, um recurso fundamental como meio alternativo de diversificar a proposta pedagógica do docente a partir da sua inclusão.

O conhecimento que construímos a partir dessa pesquisa nos auxiliou para elaborar uma sequência didática sobre a resolução de equações do 1º grau utilizando a regra da falsa posição, e assim, vivenciar uma experiência de ensino para demonstrar na prática essa teoria, no intuito de favorecer a aprendizagem dos alunos e contribuir de forma reflexiva com os professores.

Nesse sentido, consideramos que nossa pesquisa se configura como um estudo de caso, que segundo Ponte (2006, p.6 apud YIN 1984),

Os estudos de caso podem ter diversos propósitos. Como trabalhos de investigação, podem ser essencialmente *exploratórios*, servindo para obter informação preliminar acerca do respectivo objeto de interesse. Podem ser fundamentalmente *descritivos*, tendo como propósito essencial descrever, isto é, dizer simplesmente “como é” o caso em apreço. E, finalmente, podem ser *analíticos*, procurando problematizar o seu objeto, construir ou desenvolver nova teoria ou confrontá-la com teoria já existente.

Nessa assertiva, demonstra-se o cunho de nossa pesquisa, por apresentar tais características: investigação, descrição e análise em sua composição, ou seja, através da investigação pudemos explorar os referenciais teóricos para obtermos o

conhecimento necessário para fundamentar nossa pesquisa, sendo assim, a partir de nosso entendimento descrevemos os textos que compõem o trabalho e propusemos a análise dos resultados que foram alcançados.

Para a realização dessa análise, a sequência didática foi aplicada na sala do 7º ano de uma escola municipal, no município de Junco do Seridó-PB. A partir das observações feitas durante a aplicação dessa proposta didática, descrevemos nossa análise a respeito do desenvolvimento da sequência, relatando a experiência, como forma de destacar as possibilidades e limites diante os resultados apresentados e constatar se os objetivos traçados foram alcançados.

2.4 Apresentação do trabalho

Com o propósito de proporcionar ao educando novos meios que favoreçam a aquisição de um conhecimento significativo, buscamos junto a História da Matemática a regra da falsa posição. Recurso didático diferente para diversificar nossa metodologia, e assim, desenvolver na prática momentos que passem a provocar a motivação dos alunos para buscar a compreensão durante o processo de desenvolvimento das equações do 1º grau. Nesse sentido, procuramos a inovação de nossas aulas, para diferenciar das formas de ensino presentes nos livros didáticos atuais, objetivando assim, que os estudantes possam diminuir as dificuldades de aprendizagem apresentadas diante do conhecimento algébrico. Partindo desse pressuposto, estruturamos o nosso trabalho em cinco capítulos.

O primeiro capítulo traz o nosso memorial acadêmico, onde descrevemos algumas informações acerca de nossa trajetória educacional, como também, de nossa experiência docente.

O segundo capítulo, traz a introdução, em que abordamos de forma geral a temática de nossa pesquisa, tendo como base a teoria de Mendes (2006). Trazemos também a justificativa pela escolha do tema desse estudo, nos apoiando nas ideias de Silva (2016). Em seguida, delinearemos os objetivos deste estudo de pesquisa e o caminho metodológico utilizado, com fundamentos teóricos de Godoy (1995) e Ponte (2006).

O terceiro capítulo traz nossa visão a respeito da História da Matemática, onde destacaremos sua importância no processo de ensino-aprendizagem. Assim como apresentamos a História da Álgebra, abordando o seu desenvolvimento no

decorrer das épocas em diferentes civilizações, enfatizamos o método da falsa posição e todo seu desenvolvimento durante a resolução das equações do 1º grau, tendo como respaldo teórico para nos nortear, os PCN (1998), Mendes (2006), Miguel e Miorim (2004), Baumgart (1992), Guelli (2005), Fossa (2010), dentre outros.

No quarto capítulo, descrevemos os sujeitos que fizeram parte da pesquisa, ou seja, a turma do 7º ano de uma escola municipal no município de Junco do Seridó – PB, como também apresentamos as etapas do desenvolvimento da sequência didática durante as 8 horas/aula. Por fim, a análise dos limites e possibilidades da sequência didática e, conseqüentemente, algumas sugestões que venham proporcionar o seu aperfeiçoamento.

No último capítulo, faremos nossas considerações finais, momento em que relacionamos o que conseguimos construir a partir de nossa pesquisa e dos objetivos que foram traçados inicialmente, bem como refletir como nosso trabalho pode auxiliar em futuras pesquisas.

3 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E O ENSINO DE EQUAÇÕES

No capítulo teórico de nosso trabalho, enfatizamos a importância da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem, onde procuramos nos fundamentar nas ideias de renomados autores para tecer nossa visão a respeito deste recurso didático importante para metodologia docente. Em seguida, descrevemos algumas etapas de desenvolvimento do estudo da Álgebra, a partir de sua origem em diversas civilizações, como também, a demonstração do método da falsa posição na resolução das equações do 1º grau.

3.1 A história no ensino-aprendizagem da matemática

Repensar o processo de ensino-aprendizagem da matemática contemporaneamente surge à necessidade de um olhar diferenciado que consiste em considerar a História da Matemática como um dos recursos fundamentais para integrar a proposta pedagógica do docente, que aliada a outros recursos didáticos, certamente proporcionará uma qualidade no processo de ensino-aprendizagem. Mesmo aqueles que ainda não adotam em sua práxis, seja por falta de conhecimento ou por outra razão, acreditamos que seja necessário conhecer esse recurso para a realização de uma experiência metodológica diferente, e assim, fazer uma reflexão e tirar suas conclusões sobre essa temática. Assim, os PCN propõem:

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998. p.42).

Essa assertiva, nos mostra a relevância da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem, pois é através do conhecimento histórico que o educando vai ser provocado para criar novas ações, permitindo-lhe o desenvolvimento cognitivo para buscar a construção de um novo conhecimento no presente e poder estabelecer um paralelo com o que está por vir no futuro, construindo sua autonomia, objetivando a compreensão dos conteúdos matemáticos

estudados passando a ter uma aprendizagem com significado para o exercício de sua cidadania. Portanto, acreditamos que a diversidade histórica do conhecimento durante as épocas contribuirá de forma expressiva para as grandes transformações que ocorrem atualmente, e a educação tem um papel primordial nesse processo de desenvolvimento dos estudantes para que possam fazer parte desse momento na história da sociedade.

A importância nesse processo de ensino leva-nos a compreender o conhecimento matemático, a partir de um contexto sociocultural construído historicamente, conforme as necessidades do homem assim podem fazer novas descobertas em diferentes épocas, advindo do passado e se constituindo no presente como um novo conhecimento.

É possível utilizarmos a matemática produzida por outros povos, e em outras épocas, para produzir novas matemáticas, compará-las com a produção anterior e ampliar o corpo de conhecimento já existente (MENDES, 2006. p.80).

Partindo desse pressuposto, o conhecimento matemático emerge de algo já conhecido historicamente para através dele, construirmos o desenvolvimento necessário para a produção de outro conhecimento no presente.

Na perspectiva de análise da História da Matemática em relação à aprendizagem do educando, pode-se enfatizar o processo de transformação que passa o saber, constituindo-se no sujeito, novas ideias com a finalidade de desenvolver ações que permitam uma produção efetiva de uma sociedade.

Segundo Mendes (2006, p.81), “à medida que passamos a conhecer e compreender o desenvolvimento da sociedade em sua trajetória de transformação aprendemos novos meios de compreender e explicar um mesmo fenômeno”.

Essa ideia sinaliza o caminho do entendimento que devemos adotar perante os fatos que emergem nesse processo de ensino-aprendizagem para discernirmos a forma de utilização viável ao desenvolvimento humanístico que estamos por construir atualmente.

Visando esse contexto no presente, as escolas brasileiras usam como principal recurso, o livro didático, em que, essa História da Matemática foi deixada de lado por seus autores e o pouco que o contempla, não apresenta a importância necessária em contribuição ao desenvolvimento de seus conteúdos, fazendo com

que não surta o efeito que deveria fazer para uma aprendizagem com significado do aluno, assim, vemos esse recurso como meio indispensável nesse processo, pois ele apresenta um respaldo sustentado pela teoria.

O uso da história como recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos (MENDES, 2006. p.84).

Devemos enfatizar, a história como um recurso fundamental nesse processo de ensino-aprendizagem, que aliados a outros, possibilitem ao estudante, nessa disciplina, meios que facilitem a compreensão, por se tratar do grande número de abstração que a mesma exige do aluno, e conseqüentemente, passem a gostarem da matemática, a partir de vivenciá-la através de uma prática pouco apresentada por seus docentes.

Nesse sentido, queremos destacar duas das demais razões mencionadas por Fauvel (1991, apud MENDES 2006), “a história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática”; “contribui para que os estudantes busquem no passado soluções matemáticas para o presente e projetem seus resultados no futuro”. Na perspectiva da história como forma de motivação, alguns autores divergem em relação a essa visão, evidenciando a concepção de Dias (2014, p.42), a esse respeito, temos:

Acreditando que, se a experiência é individual, tendo assim motivações diferentes de acordo com o quão desafiado pelas questões e problemas advindos da história esse sujeito se sente, podemos dizer que o argumento da utilização pela motivação não é o mais coerente.

Diante à assertiva, podemos enfatizar o propósito que se deve adotar enquanto docente, para discernir a diversidade de motivações utilizadas no processo de ensino, no intuito que a História da Matemática possa ser perceptível à aprendizagem do educando, assim entendemos, que as peculiaridades de cada um vão determinar a que ponto essa motivação deve ocorrer a partir das situações-problema adveio historicamente.

Baseando-se nessas razões, constatamos a importância de utilizarmos a História da Matemática como sendo um recurso que pode viabilizar o aprimoramento

de nossa prática em sala de aula, no intuito de alcançarmos o melhor resultado possível na compreensão dos conteúdos matemáticos nesse processo de aprendizagem do educando, assim, consideramos como fundamental para o enriquecimento de construção do conhecimento.

Ainda destacando essa importância, a primeira razão aborda um dos maiores problemas do cotidiano escolar, assim por sermos conhecedores de como os alunos se comportam durante as aulas de matemática, bastantes desmotivados por não conseguirem assimilarem o poder de abstração que a disciplina exige na construção do conhecimento, assim, acreditamos que a metodologia adotada pelo docente que contempla a História da Matemática, irá criar condições de diminuir essa lacuna presente na prática, já enquanto a segunda razão, ela dará maior ênfase para o desenvolvimento cognitivo do aluno, proporcionando-lhe que o mesmo possa estabelecer as relações existentes entre os conhecimentos: histórico, presente e futuro, na busca por uma formação integral, e assim, poder fazer parte dos grandes avanços e transformações do conhecimento na sociedade.

[...] os estudantes podem vivenciar experiências manipulativas resgatadas das informações históricas, com vistas a desenvolver o seu espírito investigativo, sua curiosidade científica e suas habilidades matemáticas, de modo a alcançar sua autonomia intelectual, principalmente por percebermos que atualmente a escola está deixando de lado esses aspectos indispensáveis para uma educação integral e formadora de cidadãos pensantes (MENDES, 2006. p.87).

Entendemos, que esse é um dos caminhos que devemos adotar em nossa proposta de ensino como educador, por reunir as melhores condições de possibilidades para que o educando desenvolva suas potencialidades, e assim, possa fazer parte de uma sociedade como pessoas capazes de apresentarem colocações pertinentes a diversidade de conhecimentos, que constantemente estão se emergindo, passando a exercer um papel significativo diante a sua construção.

A utilização dessa história no processo educativo aflora no aluno seu lado investigativo, para que possa estabelecer os meios necessários a serem definidos nos procedimentos que deverá assumir perante essas relações que existem entre o conhecimento histórico e o conhecimento que venha a ser construído futuramente.

O principal objetivo é que a história da matemática contribua para que professores e estudantes entendam [...] os porquês matemáticos de modo a utilizá-los na superação dos obstáculos cognitivos surgidos no desenvolvimento da matemática escolar (MENDES, 2006. p.90).

No entanto, podemos constatar o quanto será importante o lado histórico de um determinado conhecimento como maneira de ser adotado no estudo dos conteúdos matemáticos abordados no cotidiano escolar, objetivando assim, o desenvolvimento das capacidades intelectuais dos alunos para que possam sobressair diante as questões pertinentes à compreensão desse processo de aprendizagem.

Nessa perspectiva, acreditamos que a História da Matemática, assume um caráter decisivo no processo ensino-aprendizagem, por oferecer diversas vantagens, tanto ao docente como também ao educando, seja de forma motivadora, recreativa, integral, formativa, discursiva, significativa, compreensiva e pedagógica, constituindo-se assim, como fonte inspiradora de protagonista desse processo educativo, em que, professor e aluno serão os maiores beneficiários, proporcionada por essa abordagem teórica.

A partir dessa proposta, daremos ênfase aos procedimentos que o professor deve assumir em sala de aula, direcionando suas atividades de maneira que problematizem o conhecimento, através de um caráter investigativo desse processo de ensino-aprendizagem no propósito de contemplar o elo de ligação entre o âmbito escolar, o conhecimento teórico e o cotidiano do estudante ao que estão inseridos.

Na busca de alternativas para diminuir as diversas dificuldades decorrentes das situações presentes em sala de aula, apresentadas pelos alunos principalmente no processo de abstração, propomos ações no sentido de auxiliar o professor, pautadas nesse recurso para uma aprendizagem com significado. Pois um embasamento teórico garante ao docente, inovar no método de ensino, e assim, proporcionar ao educando construir um conhecimento através de aulas dinâmicas, desenvolvendo em si, seu senso crítico, permitindo-lhe encontrar algumas respostas aos porquês levantados durante os questionamentos referentes aos conteúdos estudados.

No decorrer dessa aprendizagem, surgem diversos obstáculos que podem vir dificultar esse processo, assim, no intuito de superá-los, o professor deverá utilizar a História da Matemática aliada a outros recursos em sua metodologia, recomendada

por diversos autores, para que os conteúdos ministrados em sala de aula sejam relacionados com a realidade cotidiana dos alunos e não da forma fragmentada como alguns profissionais o lecionam. Assim,

É importante, portanto, (re)pensarmos uma forma de ensinar matemática concretamente, visando quebrar os esquemas tradicionais e oferecer aos estudantes informações que possam suprir suas necessidades e que os estimulem a investigação (MENDES, 2006. p.102 - 103).

Nesse sentido, podemos ressaltar a didática utilizada pelo docente em sala de aula, ou seja, diversificar a prática de ensino de forma lúdica como sendo um caminho viável para proporcionar a motivação necessária do educando, para que possa fazer descobertas a partir da investigação que serão levados a realizar através de atividades concretas.

As atividades desenvolvidas devem ser apresentadas de forma contextualizada, assim o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais significativo na vida destes alunos. Para tanto,

É imprescindível que o professor seja ousado e criativo, pois é dessa maneira que ele poderá criar, em sala de aula, um ambiente inovador que favoreça a concretização da imaginação e criatividade matemática dos estudantes. Caso contrário, as condições socioeconômicas dos estudantes, da escola e do professor serão apontadas como fatores de inviabilização da proposta (MENDES, 2006. p.114).

A maneira como o docente vai abordar o conhecimento em sua proposta metodológica, poderá ter influências positivas ou negativas durante o processo de desenvolvimento da aprendizagem, assim, faz-se necessário, dinamizar as atividades propostas afim que se possa alcançar os objetivos esperados, sendo que, todos os envolvidos nesse processo sejam capazes de demonstrarem os resultados conquistados.

A partir das discussões a respeito do ensino da Matemática sob a perspectiva de utilização da história em sua proposta curricular, vários autores dão ênfase ao poder motivador que ela proporciona aos estudantes, como também propicia a resposta dos porquês por eles levantados durante as aulas. Nesse sentido Jones (1969 apud MIGUEL e MIORIM 2004), apresenta alguns porquês, classificando-os

em três categorias: cronológicos, lógicos e pedagógicos, como sendo os meios responsáveis pela compreensão dos significados no processo de ensino-aprendizagem.

[...] a história não pode como deve ser o fio condutor que amarraria as explicações que poderiam ser dadas aos porquês pertencentes a qualquer uma das três categorias. É na defesa dessa possibilidade que se revelaria o poder da história para a promoção de um ensino-aprendizagem da matemática escolar baseado na compreensão e na significação (JONES, 1969. apud MIGUEL E MIORIM, 2004. p.47 - 48).

Podemos ressaltar, a importância da História da Matemática nesse processo, auxiliando a proposta pedagógica do docente como também proporcionando ao educando um desenvolvimento integral de suas capacidades para consolidar a significação da aprendizagem.

Para Miguel e Miorim (2004, p.52), “muitos autores defendem a importância da história no processo de ensino-aprendizagem da matemática por considerar que isso possibilitaria a desmitificação da Matemática e o estímulo a não-alienação do ensino”. Essa visão, nos remetem a confiança que devemos ter em relação a esse recurso indispensável na proposta pedagógica do docente, e assim, evidenciar o conhecimento matemático coerente historicamente para ser apresentado em sala de aula, na busca por um processo de ensino-aprendizagem com significado para esses estudantes.

Contemporaneamente, o referencial teórico abordado nas escolas brasileiras, apresenta essa história em seu conteúdo matemático, mas de forma fragmentada, em sua maioria contemplando apenas a história de vida dos autores, que tem pouco valor na contribuição de um ensino significativo, diferente do que é recomendado por seus defensores para esse processo de ensino-aprendizagem.

Assim como tem teóricos adeptos dessa visão, ou seja, a presença da história no processo de ensino-aprendizagem da matemática, existem alguns que contestam sua utilização de forma pedagógica, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental. Segundo os argumentos apresentados por esses autores, destacamos essa afirmação,

[...] a introdução do elemento histórico no ensino da matemática, em vez de facilitar a aprendizagem, acabaria por complicá-la ainda mais.

Isso porque o estudante, quando confrontado com os problemas originais e com as soluções que historicamente lhes foram dadas, dispenderia um tempo e um esforço sem precedentes, tentando reconstituir um contexto que não lhe é familiar (MIGUEL E MIORIM, 2004. p.64).

Nesse sentido, a utilização da história no processo de ensino-aprendizagem não surtiria nenhum efeito, causando uma perda de tempo para o aluno, no entanto, o mesmo deverá demonstrar grandes dificuldades de compreensão para estabelecer a relação existente entre o conhecimento histórico e contemporâneo.

Nessa perspectiva, pudemos enfatizar que nossos argumentos em relação a utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem vem contrapor com essa ideia apresentada por Miguel e Miorim (2004), pois entendemos que seus pontos positivos superam os negativos. Acreditamos na importância desse recurso por atribuir sentido durante a aprendizagem do conhecimento proporcionado ao educando.

Enfim, podemos perceber nos referenciais teóricos aqui consultados, PCN (1998), Mendes (2006), Miguel e Miorim (2004), o quanto é importante à utilização da história no processo de ensino-aprendizagem da matemática, como sendo um recurso pedagógico que, aliados a outros, pode contribuir na geração de significados para o desenvolvimento integral do educando e auxiliar o trabalho do educador.

3.2 História da álgebra

Pode-se afirmar que o desenvolvimento do conhecimento da Álgebra decorre de um processo histórico, visto que, os trabalhos realizados no decorrer dessas épocas, dão origem ao conhecimento, que no transcorrer dos séculos passam por transformações para se aperfeiçoar, através de novas descobertas. Segundo Baumgart (1992, p.1),

Álgebra é uma variante latina da palavra árabe al-jabr (às vezes transliterada al-jabr), usada no título de um livro, Hisab al-jabr w'al-muqabalah, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al-Khowarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khowarizm). Este tratado de álgebra é com frequência citado, abreviadamente, como Al-jabr.

Nesse sentido, seu princípio provém do resultado de um trabalho realizado a respeito do estudo das equações, utilizando-se de seu nome para dar parâmetro ao desenvolvimento desse conhecimento algébrico.

Partindo desse pressuposto, podemos definir contemporaneamente a Álgebra em duas etapas, que segundo Baumgart (1992, p.3), “(1) Álgebra antiga (elementar) é o estudo das equações e métodos de resolvê-las. (2) Álgebra moderna (abstrata) é o estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos – para mencionar apenas algumas”.

Nesse sentido, constitui-se de dois momentos distintos de desenvolvimento, em que, a álgebra antiga dá ênfase a resolução através de regras, enquanto que a álgebra moderna sinaliza para caracterização estrutural dos conjuntos numéricos, pois ambas, devem ser utilizadas no desenvolvimento do estudo da Álgebra.

Durante o caminho desse desenvolvimento, Baumgart (1992) enfatiza em sua afirmação, que a evolução do conhecimento algébrico, transcorre em três momentos diferentes: o que se utiliza da comunicação, denominado retórico, os caracterizados por palavras e respectivas abreviações, considerado sincopado, e o que usamos a simbologia matemática para representar as situações, caracterizado simbólico.

Assim, podemos compreender esses estágios, a partir de uma transmissão clara das ideias, redução das estruturas do conhecimento matemático e a simbologia utilizada para representar os dados contidos nas situações. Nessa perspectiva, devem ser enfatizados na prática, objetivando assim, a compreensão do desenvolvimento da Álgebra historicamente.

Segundo sua história, a Álgebra teve origem na Babilônia por volta do ano de 2000 a. C., sendo que, a evolução desse conhecimento se deu por uma prática retórica, visto que, as situações-problema daquela época constituía-se em um nível simples de complexidade, a partir da necessidade para resolver os problemas da civilização. Como forma de enaltecer essa discussão, apresentamos a demonstração da maneira como a resolução desses problemas eram feitas pelos os babilônios, em sua notação antiga e na moderna. Assim, Baumgart (1992, p.4) apresenta como exemplo:

“[1] Comprimento, largura. Multipliquei comprimento por largura, obtendo assim a área: 252. Somei comprimento e largura: 32. Pede-se: comprimento e largura”.

Tabela 1: Problema histórico

Notação antiga	Notação atual
[2] [Dado] 32 soma; 252 área.	$\left. \begin{array}{l} x + y = k \\ xy = P \end{array} \right\} \dots (A)$
[3] [Resposta] 18 comprimento, 14 largura.	
[4] Segue-se este método: Tome metade de 32 [que é 16].	$(k/2)$
16 x 16 = 256.	$(k/2)^2$
256 – 252 = 4.	$(k/2)^2 - P = t^2 \} \dots (B)$
A raiz quadrada de 4 é 2.	$\sqrt{(k/2)^2 - P} = t$
16 + 2 = 18 comprimento.	$k/2 + t = x$
16 – 2 = 14 largura.	$k/2 - t = y$
[5] [Prova] Multipliquei 18 comprimento por 14 largura.	
18 x 14 = 252 área	$(k/2 + t)(k/2 - t) = k^2/4 - t^2 = P = xy.$

Fonte: Adaptado de BAUMGART (1992, p.4)

Nota-se um desenvolvimento que contempla diversas etapas que devem ser adotadas no momento de resolução, para que se obtenha a compreensão em sua totalidade, possibilitando assim, significados que venham estabelecer a consolidação da aprendizagem.

Nesse mesmo período emerge no Egito, o desenvolvimento da Álgebra, na qual, apesar de apresentar o estilo retórico da Babilônia, os egípcios proporcionaram novas reflexões que se tornaram importantes, como forma de contribuição na construção do conhecimento algébrico, principalmente através das equações lineares, que falaremos no sub-tópico seguinte.

Já quanto às equações quadrática, segundo Boyer (1996 apud DIAS 2009, p. 38), os egípcios tiveram dificuldades de solucionar, pesquisas arqueológicas e históricas mostram que a matemática dos babilônios era muito mais desenvolvida que a dos egípcios. Por exemplo, um problema pede o lado de um quadrado se a área menos o lado dá 14,30 em base sexagesimal, o que equivale a resolver a equação $x^2 - x = 870$ em nossa notação decimal, pois 14,30 significa no nosso sistema de numeração 14 grupos de 60 e trinta unidades, ou $14 \times 60 + 30$, Boyer (1996, p.22 apud DIAS 2009, p.39) apresenta a seguinte solução: “Tome a metade de 1, que é $\frac{1}{2}$, e multiplique por $\frac{1}{2}$, o que dá $\frac{1}{4}$; some isto a 870, que dá $3841\frac{1}{4}$. Isto é o quadrado de $59\frac{1}{2}$. Agora some $\frac{1}{2}$ a $59\frac{1}{2}$ e o resultado dá 30 que é o lado do quadrado”.

Nessa trajetória, destacamos o desenvolvimento da álgebra geométrica pelos gregos, sendo que, pitagóricos como também Euclides, baseando-se no conhecimento babilônico, apresentam em suas obras contribuições significantes nesse processo de desenvolvimento da Álgebra. Outro matemático grego que trouxe contribuições imprescindíveis a esse desenvolvimento, foi Diofanto, que introduziu nesse processo algébrico o estilo sincopado para as equações. Segundo, Baumgart (2005, p.9),

Sua abordagem é inteligente, mas ele não desenvolveu um método sistemático de encontrar soluções gerais. Sua abordagem segue as linhas babilônicas no sentido de que ele expressa todas as incógnitas em termos de um parâmetro, e depois obtém uma equação envolvendo só o parâmetro.

Analisando essa visão, constata-se que Diofanto apresentou ideias pertinentes ao estudo da Álgebra, sem que tivesse que construir um novo procedimento de resolução para as equações, e sim, seguiu a maneira babilônica, mas estabeleceu condições que vinham a viabilizar sua forma de desenvolver o conhecimento algébrico.

O desenvolvimento da Álgebra continuou ocorrendo em outras civilizações, em que, hindus e árabes trouxeram importantes contribuições para o seu processo. Destacamos aqui, como sendo o principal feito dessa época, o sistema de numeração hindu-arábicos, que foram traduzidas para outras línguas, e assim, veio a influenciar de forma positiva o conhecimento matemático europeu, tendo al-Khowarizmi como protagonista de tal influência ocasionado por seu trabalho. Para tanto, Baumgart (1992, p.12) enfatiza, “que o termo árabe para incógnita era *shai* (coisa), traduzido para o latim como *res* e para o italiano como *cosa*; por isso a álgebra foi conhecida por algum tempo na Inglaterra como *cossic art* e na Alemanha como *die Coss*”.

Essas foram às denominações estabelecidas nos estudos da Álgebra referente aquela época em alguns países da Europa, sendo que cada uma, viabiliza a importância do conhecimento para seus povos.

Através desse percurso, destaca-se o estilo simbólico da Álgebra no decorrer do século XV, visto que, Baumgart (1992, p.12-13) apresenta exemplos advindo dessa época, vejamos como era essa simbologia.

“Cardano (1545): $\text{cupus} \bar{p} 6 \text{ rebus aequalis } 20$.

$$x^3 + 6x = 20''.$$

“Viète (1591): $I\ QC - 15\ QQ + 85\ C - 225\ Q + 274\ N \text{ aequatur } 120.$

$$x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120''.$$

“Descartes (1637): $x^3 - 6xx + 13x - 10 \approx 0$ ”.

Em seu trabalho, *Ars magna*, Cardano fundamenta suas contribuições acerca das soluções de equações cúbicas e quárticas, embora que sua obra tenha sido fruto de resultados encontrados em outros referenciais teóricos.

Nesse período o conhecimento algébrico passa por importantes mudanças, visto que, o francês Viète introduz a esse conhecimento as transformações viáveis que separam a forma antiga de resolução das equações da maneira moderna. Nesse sentido,

François Viète, que foi o primeiro, em sua *Logística Speciosa*, a introduzir letras como coeficientes genéricos (positivos) e a dar alguns outros toques de acabamento no simbolismo que se finalizou e atualizou na época de Newton (BAUMGART, 1992, p.14)

Essa visão estabelece uma divisão entre a álgebra antiga e contemporânea, ou seja, mostra a dimensão por qual passou o conhecimento durante os séculos para atingir o maior nível de desenvolvimento nesse processo.

Portanto, constata-se que o processo de desenvolvimento da Álgebra atingiu uma diversidade de enfoques, que trouxeram contribuições significativas durante a sua história, em diferentes civilizações. Nesse sentido, acreditamos que as ideias dos babilônios foram fundamentais para auxiliar vários teóricos na construção de novos trabalhos, e assim, ocasionar as transformações viáveis ao conhecimento algébrico no decorrer dos tempos.

3.2.1 Resolução de equações do 1º grau: o método da falsa posição

O método da falsa posição foi um procedimento adotado pelo escrivão Aahmesu na resolução de equações lineares, egípcio que se destacou pela sua criação, denominado de Papiro de Ahmes e que no decorrer dos tempos, tornava-se conhecido como o Papiro de Rhind¹, epítome que contém uma diversidade de

¹ Papiro de Rhind é um texto matemático em forma de manual, contendo 85 problemas, é a principal fonte de informação da Matemática egípcia antiga.

problemas, dentre os quais, alguns resolvidos pela aplicação dessa prática. Sua coerência ficou demonstrada, segundo Fossa (2010, p.487),

Os papiros utilizavam uma técnica de resolução de problemas, a da “falsa posição”, que, como já indicamos, é baseado no conceito de proporcionalidade. Basicamente, supõe-se que a resposta é um dado número – o número é sempre escolhido de tal forma a simplificar os cálculos iniciais –, calcula o valor que resulta da suposição, completa isto ao valor estipulado pelo problema e, finalmente, completa o valor suposto na mesma razão para obter o resultado correto.

Essa regra consiste na escolha de um número, denominado como valor falso, preferencialmente um número que venha a facilitar os cálculos, para por meio da proporção, ser disposta através de uma regra de três simples, e assim, determinarmos o seu valor verdadeiro. Para Baumgart (1992, p.6),

Para equações lineares, os egípcios usavam um método de resolução consistindo em uma estimativa inicial seguida de uma correção final – um método ao qual os europeus posteriormente deram o nome um tanto abstruso de “regra da falsa posição”.

Assim, eles propuseram novos enfoques ao estudo das equações, mesmo tido por outros, como um procedimento confuso no momento de sua resolução, enfim, constituíram importantes contribuições para o processo de desenvolvimento da Álgebra.

Para darmos ênfase a esse processo de resolução das equações lineares, apresentamos o exemplo do problema advindo dessa época, que o Papiro de Rhind contempla, para demonstrar na prática como funcionava o desenvolvimento dessa resolução. Segundo Guelli (2005, p.8 – 9), essa demonstração seria: Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?

- Inicialmente, atribuíam ao montão um valor falso, por exemplo, 18:

$$18 + \frac{1}{2} \cdot 18 + \frac{2}{3} \cdot 18 = 18 + 9 + 12 = 39.$$

- Os valores falsos (18 e 39) eram então usados para montar uma regra de três simples com os elementos do problema:

Tabela 2: Parte da resolução do problema – equação do 1º grau

Valor falso	Valor verdadeiro
18	montão
39	26

Fonte: Adaptado de GUELLI (2004, p.9)

$$\frac{18}{39} = \frac{\text{montão}}{26} \Rightarrow \text{montão} \cdot 39 = 18 \cdot 26 \Rightarrow \text{montão} = \frac{468}{39} \Rightarrow \text{montão} = 12.$$

Ficavam assim expressadas, as habilidades que os egípcios portavam a respeito das equações, e assim, criar possibilidades que viessem a contribuir com esse processo.

Ainda como forma de demonstração do método, enfatizamos a afirmação de Eves (2004, p.73), “muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição”. Assim, para esclarecer a caracterização dessa ideia, utilizamos o processo de resolução da equação $x + x/7 = 24$, segundo Eves (2004, p.73), “assume-se um valor conveniente para x , digamos $x = 7$. Então $x + x/7 = 8$, em vez de 24. Como 8 deve ser multiplicado por três para se obter 24, o valor correto de x deve ser $3(7)$ ou 21.

Assim, comprova-se a eficácia desse método para resolvermos esse tipo de equação, e conseqüentemente, ter o entendimento necessário para constituir o essencial desse conhecimento. Para Boyer (1996, p.11),

[...] a soluções de equações lineares, da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, onde a , b , e c são conhecidos e x é desconhecido. A incógnita é chamada de “aha”. [...]. A solução de Ahmes não é a dos livros modernos, mas é característica de um processo conhecido com “método de falsa posição”, ou “regra de falso”.

Nesse sentido, devemos ter a atenção para abordar o procedimento adequado na contemporaneidade, pois se faz necessário aliar essa técnica advinda da História da Matemática aos métodos que são usados atualmente.

Enfim, torna-se veemente a utilização do método da falsa posição, conforme seus idealizadores aqui debatidos nessa pesquisa, por se apresentar como sendo um processo viável a compreensão do estudo da Álgebra, especificamente a resolução das equações do 1º grau, como também, o meio de introdução da História

da Matemática, vista como um recurso importante no processo de ensino-aprendizagem do educando.

4 A EXPERIÊNCIA DE ENSINO

Neste capítulo, apresentaremos o cenário de nossa pesquisa, onde iremos enfatizar algumas informações a respeito da escola municipal que utilizamos para desenvolver parte deste trabalho, como também apresentar aos sujeitos da pesquisa um método de resolução das equações do 1º grau advindo da História da Matemática, no intuito de vivenciar uma nova experiência de ensino.

Trataremos da aplicação da sequência didática, como meio de diversificar a metodologia docente objetivando motivar o aluno, e assim proporcionar uma aprendizagem com significado através do seu desenvolvimento. Como também, tecer nossa análise a respeito das possibilidades e limites que a sequência didática proporcionou aos alunos desta turma.

4.1 A escola e os sujeitos da pesquisa

Nossa proposta foi desenvolvida na turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada na zona rural, conhecida como Distrito do Bom Jesus município de Junco do Seridó – PB.

A escola encontra-se em boa condição física, pois passou por ampla reforma recentemente, é composta por 4 salas de aulas, além da sala que funciona a diretoria e secretaria, sala de informática, sala multifuncional, cantina e possui também 3 banheiros, vale ressaltar que em todos os espaços mencionados existem itens de acessibilidade.

A escola possui 22 funcionários, assim distribuídos: diretora, vice-diretora, secretária escolar, 12 professores, 5 auxiliares de serviços gerais e 2 porteiros, desse quadro apenas 1 não é efetivo da instituição.

Atualmente estão matriculados 95 alunos, todos provenientes de famílias de baixa renda. A referida escola tem o seu funcionamento em dois turnos, o matutino com a Educação Infantil e Ensino Fundamental I contendo 53 alunos, e o vespertino com o Ensino Fundamental II totalizando 42 alunos.

A turma que aplicamos a sequência didática, como forma de vivenciar na prática a experiência de ensino que visa à utilização da História da Matemática como recurso, foi à turma do 7º ano, composta de 13 alunos, em que suas idades

correspondem entre 12 e 16 anos, apenas 2 destes apresentam as idades fora dessa faixa etária.

Como docente da turma na disciplina de Matemática, já que trabalho nessa escola há alguns anos, pode-se afirmar que 11 alunos são novatos no ano que estão cursando e 2 alunos são repetentes. Consideramos uma boa turma para ministrar aulas, apenas temos que respeitar as habilidades de cada um, visto que alguns apresentam ritmos diferentes de aprendizagem.

Portanto, eles demonstraram um comprometimento durante as 8 horas/aulas que foram desenvolvidas as atividades estabelecidas através da aplicação da sequência didática, instrumento de nossa pesquisa.

4.2 A sequência didática

Pretende-se com a aplicação dessa sequência didática auxiliar no desenvolvimento do conhecimento de equações do 1º grau, em que será utilizada a História da Matemática como forma de recurso em suas resoluções. Para isso, busca-se vivenciar na prática o método da falsa posição advindo da época que ocorreu a origem do desenvolvimento da Álgebra, a partir de uma necessidade humana, para solucionar seus problemas.

Para utilizar o método da falsa posição para resolver equações do 1º grau, são necessários outros conhecimentos que iremos descrever no decorrer da sequência didática.

Nossa sequência didática encontra-se constituída por quatro etapas.

Na 1ª etapa, foram abordadas duas situações-problema que envolvem a multiplicação e divisão de frações, primeiro procedimento que os alunos devem conhecer para que seja aplicado no método da falsa posição. Para isso, se fez necessário alguns questionamentos a respeito dos problemas mencionados, no intuito de levantar seus conhecimentos prévios, nesse momento os alunos fizeram colocações pertinente referentes às soluções dos problemas. Os problemas abordados nesse primeiro momento foram:

1) Em uma caixa cabem $\frac{2}{5}$ de quilogramas de balas. Até quantos quilogramas de balas podem ser colocados em 10 caixas iguais a essa?

2) Todos os meses, ao receber seu salário, Daniel divide igualmente $\frac{1}{20}$ desse salário entre seus 3 filhos. Que fração do salário de Daniel cada filho recebe mensalmente?

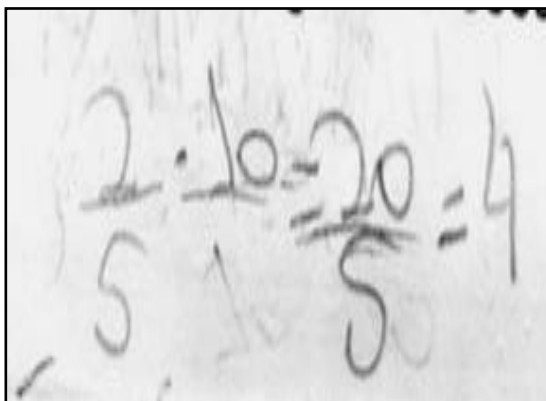
Diante essa apresentação, foram levantados os questionamentos: Alguém lembra como responder? Como devemos proceder para encontrar a solução? Os cálculos são iguais ou diferentes?

Em relação ao primeiro questionamento, apenas quatro alunos arriscaram uma resposta, desses três sinalizaram o caminho correto afirmando que utilizava-se a multiplicação para resolver o primeiro problema e a divisão para o segundo, enquanto um apresentou uma resposta confusa, ou seja, mencionando a adição como a operação indicada para resolução dos problemas. Já em relação ao segundo questionamento, sete alunos se posicionaram a seu respeito de maneira pertinente. No terceiro questionamento, todos da turma responderam de forma correta.

Como forma de demonstração, apresentamos algumas respostas destes dois problemas de alguns alunos da turma.

1ª questão:

Figura 1: Resposta do aluno A



The image shows a handwritten calculation on a piece of paper. The calculation is $\frac{2}{5} \cdot 10 = \frac{20}{5} = 4$. The student has written the fraction $\frac{2}{5}$, followed by a multiplication sign and the number 10. Then, an equals sign follows, and the fraction $\frac{20}{5}$ is written. Finally, another equals sign and the number 4 are written.

Fonte: Arquivo do autor

Constatamos na resposta do aluno A, a utilização da multiplicação de fração como sendo a operação correta para resolver o problema de forma direta, ficando assim demonstrado que o aluno apresenta domínio desse conhecimento.

Figura 2: Resposta do aluno B

$$\frac{2}{5} \cdot 10 = \frac{20}{5} = 4$$

$$\frac{2}{5} \cdot 10 = 4$$

1 Equivalente do concludimento

4 quilogramas

Fonte: Arquivo do autor

Pudemos observar na resposta do aluno B, um melhor conhecimento a respeito da multiplicação de fração, onde ele demonstra a resolução do problema de duas maneiras distintas, servindo como exemplo para contribuir com a aprendizagem dos outros da turma.

As respostas dadas pelos dois alunos mostram que não tiveram muitas dificuldades para responder, provando assim que a assimilação desse conteúdo foi efetivada.

2ª questão:

Figura 3: Resposta do aluno C

$$\frac{1}{20} \div 3 \Rightarrow \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$$

Cada filha recebe $\frac{1}{60}$ do salário da mãe

Fonte: Arquivo do autor

A partir da resposta do aluno C, percebemos sua habilidade com o conhecimento, onde utilizou a divisão de fração para determinar a solução do problema, mostrando que tem domínio na aplicação da operação.

Figura 4: Resposta do aluno D

The image shows handwritten work on a piece of paper. At the top, there is a division of a fraction: $\frac{1}{20} : 3 \rightarrow$. Below this, there is a multiplication of fractions: $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$. At the bottom, there is a word problem in Portuguese: "cada filho recebe $\frac{1}{60}$ do salário do pai".

Fonte: Arquivo do autor

A demonstração da resposta do aluno D sinaliza que ele apresenta o domínio da operação mencionada, a divisão de fração, onde desenvolve todos os procedimentos de cálculos para solucionar o problema.

Através das respostas dos alunos atribuídas a essa questão, observamos que os dois tiveram raciocínios idênticos no momento da resolução para encontrar a resposta, fazendo com que o conhecimento seja efetivado.

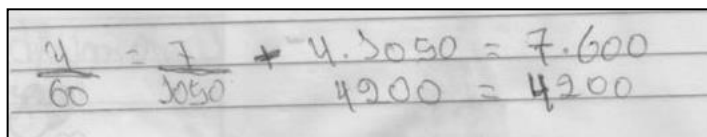
Na 2ª etapa, apresentamos o conteúdo de proporção como sendo o segundo tema em estudo que os alunos devem ter conhecimento para poder prosseguir na aprendizagem. Atividade diferente da etapa anterior, o conteúdo de proporção faz parte do currículo de Matemática da série em que eles estão cursando. Para tanto, iniciamos da forma que os levassem a serem provocados, e assim, emitissem suas colocações, mesmo de maneira leiga, perante o conhecimento. A partir desse momento expomos o conceito de proporção, para que eles pudessem fazer as reflexões necessárias diante as colocações por eles apresentadas, em seguida abordamos uma situação-problema, onde foram levantadas algumas indagações, antes de sua resolução. Mencionamos nessa etapa, o seguinte problema:

3) Uma casa com 4 pessoas gasta 600 litros de água por dia. Outra casa com 7 pessoas 1050 litros por dia.

Acerca da situação, fizemos as indagações que achamos ser interessante para o momento. Solicitamos a eles para identificar as grandezas presentes no problema. Perguntamos se estes dados caracterizavam uma proporção, e se elas são diretamente ou inversamente proporcionais.

A estas indagações tivemos as colocações apresentadas oralmente, onde pudemos observar diferentes respostas, tanto corretas, como também erradas. Após esse momento discursivo, pedimos para que eles demonstrassem a verificação da proporção, a qual está aqui representada na figura 5.

Figura 5: Resposta do aluno D

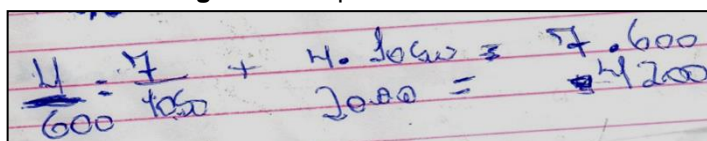


The image shows handwritten work on lined paper. It starts with a proportion: $\frac{4}{60} = \frac{7}{1050}$. To the right of this, there is a calculation: $+ 4 \cdot 1050 = 7 \cdot 600$. Below the proportion, the student has written $4200 = 4200$, indicating that the cross-products are equal and the proportion is true.

Fonte: Arquivo do autor

Observamos na resposta do aluno D, a verificação de existência da proporção, desenvolvendo os procedimentos como também os cálculos de sua resolução de maneira correta.

Figura 6: Resposta do aluno E



The image shows handwritten work on lined paper, similar to Figure 5. It starts with a proportion: $\frac{4}{600} = \frac{7}{1050}$. To the right, there is a calculation: $+ 4 \cdot 1050 = 7 \cdot 600$. Below the proportion, the student has written $4200 = 4200$, indicating that the cross-products are equal and the proportion is true.

Fonte: Arquivo do autor

Fica constatado na resposta do aluno E, a utilização dos procedimentos corretos da proporção, mas comete um erro no momento da realização dos cálculos. Na amostra dessa etapa, pudemos confirmar o que ocorreu no momento das discussões, mesmo assim, acreditamos que eles assimilaram bem o conteúdo da proporção aqui trabalhado.

As discussões que aconteceram durante essas duas etapas foram fundamentais para a compreensão dos conteúdos aqui abordados. Pois, pudemos constatar desempenhos satisfatórios dos alunos no momento da resolução dos problemas, ou seja, dez dos alunos da turma resolveram os problemas corretos, enquanto que três cometeram alguns erros. Sendo assim, essa aprendizagem proporcionou condições de aplicar na prática a propriedade fundamental da proporção, seja oralmente ou de maneira escrita.

O desenvolvimento dessas duas primeiras etapas da sequência didática, levaram 3 horas/aulas, onde foram discutidos procedimentos preliminares a composição do método da falsa posição.

Na 3ª etapa, abordamos a regra de três simples, constituindo assim, o terceiro procedimento que os alunos devem conhecer como requisito de constituição do método da falsa posição. Iniciamos através de indagações que permitiram a eles apresentarem suas versões a respeito do conhecimento mencionado, com a finalidade de proporcionar meios que venham a facilitar a compreensão dos alunos diante a construção da aprendizagem. Feito isso, apresentamos uma situação-problema, tendo como objetivo de auxiliar na compreensão do procedimento da regra de três, a fim de que os alunos pudessem identificar a presença de uma incógnita, constituindo assim, uma equação de 1º grau. Após a conclusão dessa parte, promovemos uma pequena discussão a respeito das respostas dadas por eles às indagações feitas inicialmente, possibilitando-lhes analisar as próprias respostas. Essa etapa teve a duração de 1 hora/aula. Apresentaremos agora o problema utilizado.

4) A idade do Gabriel está para a idade do avô assim como 2 está para 9. Gabriel tem 14 anos. Que idade tem o avô?

Figura 7: Resposta do aluno F

The image shows a student's handwritten solution on lined paper. At the top, the problem is written: "Gabriel tem 14 anos. Sua idade tem o avô?". Below this, the student sets up a proportion: $\frac{2}{9} = \frac{14}{x}$. They then cross-multiply to get $2 \cdot x = 9 \cdot 14$, which simplifies to $2x = 126$. Next, they divide both sides by 2 to find $x = \frac{126}{2}$, resulting in $x = 63$. To the right of the calculations, the student concludes: "O avô de Gabriel tem 63 anos."

Fonte: Arquivo do autor

Através da resposta do aluno F, pudemos enfatizar a organização dos procedimentos por ele adotados para desenvolver a resolução da situação-problema, utilizando a regra de três simples para solucioná-la, mostrando assim como teve um desempenho satisfatório na assimilação do conhecimento.

Figura 8: Resposta do aluno G

Handwritten solution on lined paper:

$$\frac{2}{9} = \frac{14}{x} \rightarrow 2 \cdot x = 9 \cdot 14 \quad 2x = 126$$

$$x = \frac{126}{2}$$

$$x = 63$$

O AVÔ DE GABRIEL TEM 63 ANOS

Fonte: Arquivo do autor

Já a resposta do aluno G, apresenta uma organização idêntica a do aluno F com todos procedimentos e cálculos corretos, demonstrando que o processo de aprendizagem ocorreu de forma expressiva para ambos. Assim, constatamos que a turma assimilou bem o conteúdo mencionado, pois as respostas aqui apresentadas sinalizam a efetivação desse conhecimento.

Finalmente, a 4ª etapa da sequência didática, foi a parte imprescindível para nossa experiência, por constituir-se como o momento oportuno para desenvolver as equações do 1º grau através da aplicação do método da falsa posição, metodologia pouca mencionada na sua contemporaneidade. A partir da situação-problema vista na etapa que antecedeu a essa foram iniciados os estudos referente a Álgebra, em seguida, foi apresentado um texto tratando da História da Matemática, trazendo informações sucintas a respeito do Papiro de Rhind.

Propusemos um momento em que os alunos pudessem interagir sobre essa parte introdutória do conhecimento abordado, ou seja, discutirem os conteúdos estudados durante as três etapas anteriores como forma de assimilar melhor o conhecimento, para assim, fazer as mediações que acharmos necessárias. Concluída essa parte, foram feitos alguns questionamentos através de indagações, em que, os alunos puderam emitir as opiniões a respeito do método da falsa posição. Indagações essas, do tipo. Como serão esses problemas antigos? Como serão resolvidos? Quais os procedimentos adotados por essa regra da falsa posição? Será que essa regra é eficaz para a resolução das equações? Dentre outras.

Esse foi o momento que eles puderam se colocar a respeito das indagações, emitindo suas opiniões de maneira expressiva, a partir delas fizemos as intervenções necessárias para compreensão do conteúdo. Sendo assim, introduzimos o conceito desse procedimento de resolução das equações do 1º grau, a regra da falsa posição. Em seguida, foram apresentados dois problemas advindos dessa época, sendo um do Papiro de Rhind e outro do livro Lilavati, de Bhaskara, para que seja posto em prática a sua utilização na resolução das equações do 1º grau.

A apresentação dos problemas ocasionou uma motivação perante a turma, que se notava claramente o interesse dos alunos em busca da compreensão do método, assim, demonstramos conjuntamente com eles a resolução dos problemas. Após esse momento, passamos o exercício contendo cinco problemas, sendo um histórico e quatro referentes à realidade do aluno, no intuito de consolidar a aprendizagem do conhecimento estudado. Essa etapa teve a duração de 4 horas/aulas, onde foram efetivados os procedimentos utilizados para o desenvolvimento da regra da falsa posição. Apresentamos aqui dois dos problemas que fizeram parte desse exercício, como também, suas resoluções feitas por alguns alunos.

5) Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é essa quantidade?

Figura 9: Resposta do aluno A

quantidade?

$$6 + 3 + 4 = 13 = 26$$

$$x + \frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 26$$

valor falso	valor verdadeiro
6	montão
13	26

$13 \cdot 3 = 39$
 $39 - 26 = 13$
 $13 \cdot 2 = 26$
 $26 \cdot 3 = 78$

a quantidade é 12
afundado 6 como valor falso

Fonte: Arquivo do autor

Observamos através da resposta do aluno A, que ele não demonstra importância para organização de sua resolução, mas pudemos constatar a presença de raciocínio apurado para efetuar os cálculos, onde ele mostra os procedimentos e cálculos utilizados para determinar a solução do problema.

Figura 10: Resposta do aluno E

2ª Equação: $x + x + \frac{x}{2} + 2x = 26$

$x = 6$

Distribuímos 6 com valor padrão

$$6 + 6 + \frac{6}{2} + 2 \cdot 6 = 26 \rightarrow$$

$$6 + 3 + 14 = 26 \rightarrow 13 = 26 (F)$$

Valor Falso	Valor Verdadeiro
6	montão
13	26

$\frac{6}{13} = \frac{\text{montão}}{26} \rightarrow 13 \cdot \text{montão} = 6 \cdot 26$

$13 \cdot \text{montão} = 156$

$\text{montão} = \frac{156}{13}$

$\text{montão} = 12$

a quantidade é 12

Fonte: Arquivo do autor

Na resposta do aluno E, nota-se a organização a partir a tradução do problema para linguagem matemática, como também os procedimentos e desenvolvimento dos cálculos bem detalhados e corretos. Percebemos na amostra desses dois alunos, a compreensão do método da falsa posição para fazer uso na resolução das equações do 1º grau.

6) De uma quantidade de moedas que tenho, foram perdidas uma terça parte, restando apenas 14. Quantas moedas tinham antes de perdê-las?

Figura 11: Resposta do aluno H

$x = x = 14 \rightarrow n = \text{falso} \rightarrow x = 6$

Valor (f)	Valor (v)
6	x
4	14

$6 - \frac{6}{3} = 14 \rightarrow 6 - 2 = 4 \rightarrow 4 = 14 (F)$

$\frac{6}{4} = \frac{x}{14} \rightarrow 4 \cdot x = 6 \cdot 14$ Tinha 21 moedas

$4x = 84$

$x = 21$

Fonte: Arquivo do autor

Pudemos observar na resposta do aluno H, a presença de todos os procedimentos que ser adotados na resolução do problema, a partir de sua tradução representado a equação do 1º grau, passando pela organização e efetuação dos cálculos. Isso demonstra que a maioria dos alunos da turma assimilou bem nossa proposta através desse novo método de ensino para a resolução das equações.

Figura 12: Resposta do aluno D

The image shows a student's handwritten work on lined paper. At the top, there is a partially visible equation $x = \frac{x}{3} = 34$. Below it, the student writes $x = 6$ and says "Atribuimos 6 como valor falso". They then calculate $6 - \frac{6}{3} = 34$. Next, they write $6 - 2 = 34 \rightarrow 4 = 34 (F)$. A table is drawn with two columns: "Valor falso" and "Valor verdadeiro". Under "Valor falso", the numbers 6 and 4 are written. Under "Valor verdadeiro", the numbers x and 34 are written. Below the table, the student sets up a proportion: $\frac{6}{4} = \frac{x}{34} \rightarrow 4 \cdot x = 6 \cdot 34 \rightarrow 4x = 84 \rightarrow x = \frac{84}{4} \rightarrow x = 21$. At the bottom, they write "tema 24 moedas".

Fonte: Arquivo do autor

Com a resposta do aluno D, finalizamos nosso momento de análises das resoluções realizadas durante o desenvolvimento das situações-problema, que foram utilizadas na sequência didática como forma de contribuir na descrição de nosso trabalho. Constatamos que o aluno apresenta várias habilidades como também grande potencial para encontrar a solução do problema, visto que sua demonstração enfatiza todos requisitos de um aluno bem sucedido na aprendizagem. Através desta amostragem, percebemos que conseguimos alcançar nossos objetivos, pois as demonstrações no desenvolvimento das resoluções desses problemas sinalizam que os alunos aprenderam a resolver as equações do 1º grau utilizando a regra da falsa posição, ou seja, atribuímos um valor falso para o número desconhecido da equação, efetuamos os cálculos e encontramos um resultado falso, em seguida organizamos os dois valores falsos e os dois valores verdadeiros para definir a proporcionalidade, e finalmente formamos a regra de três simples para determinar o resultado correto da situação. Acreditamos que a

utilização desse importante recurso, surtiu efeitos positivos durante esse período de ensino-aprendizagem.

Portanto, todas as situações aqui mencionadas estarão disponíveis no apêndice do trabalho através da sequência didática: resolução de equações do 1º grau, utilizando a regra da falsa posição.

4.3 Limites e possibilidades da sequência didática

A aplicação da sequência didática, como forma de auxiliarmos em uma experiência de ensino na prática do cotidiano escolar, proporcionou contribuições significativas em nossa formação de docente, como também ao profissional dessa área que exerço a mais de uma década. Pois presenciamos em sala de aula a eficiência teórica da História da Matemática, nesse caso, o desenvolvimento de resolução das equações do 1º grau, utilizando a regra da falsa posição, que provocou nos estudantes da turma uma ascensão motivacional, em busca da compreensão do ensino-aprendizagem.

Acreditamos que o desenvolvimento de nossa proposta conseguiu proporcionar aos estudantes da turma, alcançar um desempenho satisfatório a altura do que esperávamos, sendo assim, constatamos durante o desenvolvimento de suas etapas, mais pontos positivos do que negativos.

Nesse sentido, podemos destacar como positivo, a motivação ocasionada pelos problemas antepassados que foram trabalhados, a maneira de apresentação das etapas, ou seja, todas bem definidas, as indagações realizadas nos momentos adequados, as respostas dos alunos durante os questionamentos, as mediações ocorridas durante as aulas, a aprendizagem de resolução das equações do 1º grau, através da utilização do método da falsa posição, os momentos das interações, e a conclusão do planejamento da sequência didática.

Quanto as limitações, enfatizamos uma das dificuldades apresentadas por poucos estudantes da turma durante as aulas, dificuldade essa, que tolhe o processo de desenvolvimento da aprendizagem do aluno, ou seja, a interpretação do problema para traduzir na linguagem matemática e representar a equação. Outro ponto que interferiu na qualidade de algumas destas aulas, foi a quantidade de horas/aulas previstas, assim por ser uma turma de 7º ano, todos os conteúdos

abordados no desenvolvimento da regra, são específicos dessa série, por isso, necessitaria de mais tempo para trabalharmos dando maior ênfase.

Visando um melhor desempenho do educando para sua aprendizagem com o estudo das equações do 1º grau, através desse método de resolução, sugerimos que o planejamento da sequência didática que foi demonstrada se estenda por mais 4 horas/aulas para o 7º ano, ou que, da maneira como foi aplicada, com apenas algumas adaptações, certamente, teria mais sucesso em uma turma de 8º ano.

Na perspectiva de construção do conhecimento com significado para os alunos, acreditamos que a História da Matemática, constitui um recurso importante, que aliados a outros, formarão a conjuntura perfeita para ser utilizada nos conteúdos matemáticos, assim, pudemos constatar isso na prática a partir dessa experiência.

No entanto, indicamos a diversificação metodológica do professor, para que possa ser incrementada a História da Matemática em sua proposta de ensino, e assim, percorrer outros caminhos que venham aprimorar a qualidade da educação na sociedade, para tanto, recomendamos nossa proposta adotada nesse trabalho de pesquisa, aos demais profissionais da área de matemática, por acreditar na eficiência desse caminho, mostrando-se distinto ao que propõe as novas teorias adotadas nas escolas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho teve como objetivo principal, apresentar uma proposta de ensino a partir da História da Matemática para o estudo das equações do 1º grau em uma turma de 7º ano. Para isso fizemos a pesquisa bibliográfica, onde foram consultados os PCN (1998), Mendes (2006), Miguel e Miorim (2004), Baumgart (1992) dentre outros, para nos basear, objetivando assim melhor aprofundamento do conhecimento a respeito da História da Matemática e da Álgebra.

A partir desse conhecimento, pudemos construir uma sequência didática para ser aplicada em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, requisito que servirá para verificar se os objetivos específicos foram alcançados, e conseqüentemente, o geral, afim que possamos ter uma análise real do trabalho.

Nessa perspectiva, aplicamos nossa sequência com a finalidade de vivenciar uma experiência, diferente daquelas que estamos acostumados a realizar atualmente, sendo assim, pudemos constatar durante seu desenvolvimento a importância da História da Matemática como recurso pedagógico, criando possibilidades para a motivação dos alunos a realizarem novas descobertas. Como também, a importância deste procedimento de resolução das equações do 1º grau, a regra da falsa posição no processo de ensino, para diminuir as dificuldades de aprendizagem diante ao estudo da Álgebra.

Acreditamos que esses objetivos foram alcançados, pois percebemos na prática os bons resultados demonstrados pelos alunos, apesar das adversidades encontradas nesse processo de ensino-aprendizagem. Fizemos o possível no sentido de proporcionar aos alunos a aquisição deste conhecimento, visto que, através da relação desses problemas históricos com os atuais, eles pudessem estabelecer significado perante a construção da aprendizagem.

Nesse sentido, sugerimos para melhorar o aproveitamento do educando, o aumento do número de horas/aula para desenvolver a sequência didática, ou até mesmo, que seja aplicada em uma turma de 8º ano. Assim recomendamos aos leitores, uma proposta metodológica que servirá para enriquecer novos trabalhos nessa área, como também, aos demais professores, possibilidades para auxiliar na inovação de sua metodologia.

Enfim, pretendemos dar continuidade a esse estudo através da apresentação aos colegas docentes que lecionam Matemática em nosso município, como através

de outros estudos, que venham trazer novas contribuições no propósito de enriquecê-lo com mais ideias a partir de novas reflexões, baseadas em outras teorias.

REFERÊNCIAS

BAUMGART, John K. **História da álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. v.4. (p. 1 – 15)

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Ed Edgard Blucher, 1996. (p.11)

BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC, 1998, v. 3.

DIAS, Graciana Ferreira. **A história da matemática como metodologia de ensino: um estudo a partir do tratado sobre o triângulo aritmético de Blaise Pascal**. Natal, 2014.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004. (p. 72, 73,74)

FOSSA, John A. **Os primórdios da teoria dos números: parte B**. Natal, RN: Editora da UFRN, 2010. (p. 487)

GODOY, Arilda Schmidt. **Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais**. São Paulo: Revista de Administração de Empresas, 1995, v. 35.

GUELLI, Oscar. **Matemática em construção**. São Paulo: Ática, 2004. **Matemática e Realidades**. 5 ed. São Paulo: Atual, 2005. V. 4. (p. 8,9)

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John Andrew; VALDÉS, Juan Nápoles. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, 2006.

SILVA, Cristiane Barcella. **Introdução a álgebra no ensino fundamental** – o x da questão. São José do Rio Preto, 2016. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/134265>>. Acesso em: 21 maio 2016.

APÊNDICE

Sequência Didática: Resolução de Equações do 1º Grau, utilizando a regra da falsa posição.

Objetivos:

- Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como o da intuição.
- Relembrar a multiplicação e divisão de números fracionários.
- Reconhecer a proporção como a igualdade de duas razões para utilizar através da regra de três simples em problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.
- Compreender a utilização da fração como também a proporção no auxílio da resolução da equação do 1º grau.
- Traduzir uma situação-problema por meio de uma equação.
- Conhecer e aprender a regra da falsa posição como um processo histórico utilizado na resolução de equações do 1º grau.

Conteúdos: Fração, proporção, regra de três simples e equações do 1º grau.

Ano: 7º ano.

Tempo estimado: 8 aulas (45 minutos cada).

Recursos utilizados: Situações-problema, texto histórico, aula expositiva, atividade oral e escrita.

Desenvolvimento:

1ª Etapa: Iniciamos a aplicação dessa sequência didática, abordando duas situações-problema que envolvem o estudo das frações, no intuito de levantarmos os conhecimentos prévios dos alunos acerca deste conteúdo, requisito indispensável no desenvolvimento dessa proposta. Vejamos os problemas:

- **Em uma caixa cabem $\frac{2}{5}$ de quilogramas de balas. Até quantos quilogramas de balas podem ser colocados em 10 caixas iguais a essa?**

➤ **Todos os meses, ao receber seu salário, Daniel divide igualmente $\frac{1}{20}$ desse salário entre seus 3 filhos. Que fração do salário de Daniel cada filho recebe mensalmente?**

São duas questões simples que envolvem a multiplicação e a divisão de frações nessa ordem, nosso objetivo como docente é provocar o educando para que ele possa construir sua aprendizagem com significado, assim fazemos alguns questionamentos a respeito dos problemas mencionados, do tipo: Quem compreendeu o problema? Alguém lembra como resolvê-lo? Como devemos proceder para encontrar a solução? Os cálculos utilizados na resolução dos problemas são iguais ou diferentes? Entre outros. Assim podemos interagir através das discussões, afim de que cheguem à possíveis soluções. Após essa interação, daremos um tempo para resolução dos problemas, e em seguida, apresentamos na lousa a resolução correta a partir da resolução apresentada pelos alunos.

Em resolução ao primeiro problema, mostramos a eles que devemos utilizar a multiplicação de frações, ou seja, nesse caso a multiplicação de uma fração por um número inteiro, $\frac{2}{5} \cdot 10 = \frac{20}{5} = 4$ ou simplificamos antes de multiplicarmos, $\frac{2}{5} \cdot 10 = 2 \cdot 2 = 4$ (técnica do cancelamento), assim temos como resposta, **4 quilogramas**.

Na resolução do segundo problema, mostramos a eles que devemos utilizar a divisão de frações, ou seja, nesse caso a divisão de uma fração por um número inteiro, $\frac{1}{20} : 3 = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{60}$, assim temos como resposta, **cada filho receberá $\frac{1}{60}$ do salário do pai**.

2ª Etapa: Após o estudo das frações, abordados na 1ª etapa, destinaremos esse momento para apresentar o conteúdo proporção, em que, mencionamos oralmente, o que a turma entendia a respeito do mesmo, na ocasião de acordo com as manifestações de alguns alunos, faremos nossas colocações a respeito do conteúdo, assim apresentamos como conceito, proporção é a igualdade de duas razões, razões essas consideradas de grandezas, que podem ser diretamente ou inversamente proporcionais, em seguida apresentamos uma situação-problema, para que os mesmos identifique essas características que foram mencionadas em seu conceito. Veja o problema:

➤ **Uma casa com 4 pessoas gasta 600 litros de água por dia. Outra casa com 7 pessoas 1050 litros por dia.**

Acerca da situação apresentada, faremos algumas indagações aos alunos, para que os mesmos identifiquem as grandezas presentes na situação.

Os dados que a situação apresenta, caracteriza uma proporção?

Se as grandezas da situação formam uma proporção, elas são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?

A partir das discussões na sala de aula, a respeito das respostas mencionadas pelos alunos sobre esses questionamentos dessa situação, podemos detectar o nível de aprendizagem por eles apresentados, e assim, se necessário fazer uma explicação que venha a reforçar seu grau de compreensão, após esse momento, será abordado a propriedade fundamental da proporção, ou seja, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, no entanto, sugerimos para que a turma exemplifique essa propriedade, seja oralmente ou até mesmo indo representar na lousa. Após a participação dos alunos, analisamos como está indo a aprendizagem dos mesmos para tirar nossas conclusões.

3ª Etapa: Esse é o momento que devemos abordar a regra de três simples, em que, iniciamos através de indagações feitas a turma, objetivando assim, conhecer o que eles sabem a respeito do conteúdo. Essas indagações podem ser: O que vocês acham que é uma regra de três simples? De quantos números é composta? Conhecemos todos esses números ou temos algum desconhecido? A partir dessas respostas fazemos nossas colocações que achamos necessário e apresentamos como conceito, a regra de três simples é formada por três valores que conhecemos através de uma determinada situação, para que, o quarto valor seja encontrado, podendo ser apresentadas as grandezas envolvidas de duas maneiras, diretamente ou inversamente proporcionais. Em seguida, apresentamos uma situação-problema para que a turma demonstre na prática sua compreensão.

➤ **A idade do Gabriel está para a idade do avô assim como 2 está para 9. Gabriel tem 14 anos. Que idade tem o avô?**

A partir dessa situação, daremos um tempo para que eles façam a resolução, caso alguns deles apresentem dificuldades na compreensão para montagem e

resolução dos cálculos, auxiliamos nesses momentos, no intuito de que construam a aprendizagem esperada. Dessa forma, espera-se do alunado como resposta.

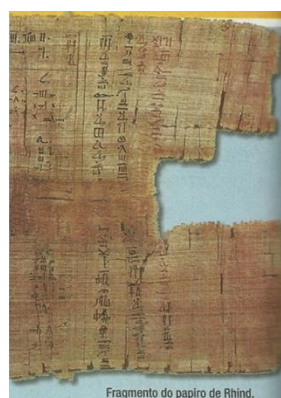
Grandezas diretamente proporcionais.

$$\frac{2}{9} = \frac{14}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 9 \cdot 14 \Rightarrow 2x = 126 \Rightarrow x = \frac{126}{2} \Rightarrow x = 63.$$

O avô tem 63 anos.

Após a resolução do problema, pretende-se promover um momento de discussão para que os alunos possam fazer análises de suas respostas apresentadas durante algumas indagações que foram feitas a respeito do conteúdo abordado.

4ª Etapa: Passadas essas três etapas, chegamos ao momento principal dessa sequência didática, na qual, apresentamos o conteúdo, equações do 1º grau com uma proposta metodológica diferente das apresentadas pelos livros didáticos atuais adotados pela educação básica em nosso país. Trataremos da História da Matemática, a regra da falsa posição, que certamente proporcionará mais significado a aprendizagem do estudo das equações 1º grau no processo educativo desses educandos. Iniciamos a partir do problema mencionado na regra de três simples, em que, o valor desconhecido do problema, constata a presença de uma incógnita no estudo da Álgebra, assim representando uma equação de 1º grau, mas como o processo de resolução deve seguir um método histórico, vamos apresentar um pequeno texto falando dessa história como também duas situações-problema desta época, para assim fazer com que os alunos conheçam, pratiquem e aprendam a regra da falsa posição.



Papiro de Rhind

O Papiro de Rhind (cerca de 1650 a. C) é um texto matemático em forma de manual. Esse documento, que contém 85 problemas, é a principal fonte de informação da Matemática egípcia antiga. Entre os problemas, há vários envolvendo equações.

Fonte: GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2009. p. 132. SOUZA; PANTARO, 2012. p. 169.

A partir da apresentação do texto, iniciamos um momento de discussão, pautados por alguns questionamentos pertinentes as essas primeiras informações, em seguida, faremos as colocações necessárias com intuito de motivá-los e assim levar eles a compreensão. Nesse momento seriam trabalhadas algumas questões: Como será esses problemas antigos? Como serão resolvidos? Quais os procedimentos adotados por essa regra da falsa posição? Será que essa regra é eficaz para a aprendizagem das equações? Porque os alunos devem conhecer e aprender atualmente? Será que hoje depois de uma diversidade de transformações, essa regra terá alguma importância?. Feitas essas indagações, explicaremos como devemos proceder com essa regra da falsa posição. Iniciamos atribuindo um valor falso para o número desconhecido da equação, que passa a formar uma expressão numérica, efetuamos os cálculos de acordo com a 1ª etapa dessa sequência sobre o estudo das frações e encontramos um resultado falso, em seguida organizamos esses dois valores falsos com os dois valores verdadeiros do problema, e definimos sua proporcionalidade e assim formamos uma regra de três simples para determinar o resultado correto da situação, conteúdos estudados na 2ª e 3ª etapas dessa sequência didática. Diante do que será exposto até aqui, laçaremos duas situações-problema advindo dessa época, a primeira está presente no Papiro de Rhind, enquanto que a segunda faz parte do livro Lilavati, de Bhaskara, para que sejam resolvidos e assim a turma possa conhecer para aprender na prática como ocorre essa resolução.

- **Um aha mais a sétima parte de aha é 19. Qual é o valor de aha?**

- **Um colar se rompeu quando brincavam dois namorados. Uma fileira de pérolas escapou. A sexta parte ao solo caiu. A quinta parte na cama ficou. Um terço pela jovem se salvou. A décima parte o namorado recolheu. E com seis pérolas o colar ficou. Diga-me, leitor, quantas pérolas tinha o colar dos namorados.**

Antes de iniciarmos a resolução dos problemas, mencionamos ao educando que os termos desconhecidos presente nos problemas daquela época, como, **aha** e **montão**, são o que denominamos de **incógnita**, no estudo das equações atualmente. Agora faremos a demonstração da resolução dos problemas.

Equação: $x + \frac{x}{7} = 19$.

Atribuímos 14 como valor falso.

$$14 + \frac{14}{7} = 19 \Rightarrow 14 + 2 = 19 \Rightarrow 16 = 19 \text{ (F)}.$$

Formando a regra de três simples, temos:

Valor falso	Valor verdadeiro
14	aha
16	19

$$\frac{14}{16} = \frac{aha}{19} \Rightarrow aha \cdot 16 = 14 \cdot 19 \Rightarrow aha = \frac{266}{16} \Rightarrow aha = 16,625 \text{ ou } 16,6.$$

Portanto, o valor da aha é 16,6.

Nesse caso, lembramos para eles que tivemos como resultado um número racional, em que, a resposta pode ser de forma fracionária ou decimal, isso vai depender da situação, aqui optamos pelo número decimal.

$$\text{Equação: } x - \frac{x}{6} - \frac{x}{5} - \frac{x}{3} - \frac{x}{10} = 6.$$

Atribuímos 60 como valor falso.

$$60 - \frac{60}{6} - \frac{60}{5} - \frac{60}{3} - \frac{60}{10} = 6 \Rightarrow 60 - 10 - 12 - 20 - 6 = 6 \Rightarrow 12 = 6 \text{ (F)}.$$

Formando a regra de três simples, temos:

Valor falso	Valor verdadeiro
60	montão
12	6

$$\frac{60}{12} = \frac{montão}{6} \Rightarrow montão \cdot 12 = 60 \cdot 6 \Rightarrow montão = \frac{360}{12} \Rightarrow montão = 30.$$

Portanto, o colar tinha 30 pérolas.

Nesse caso, lembramos para eles que tivemos como resultado um número inteiro. Em seguida, alertamos os alunos para a escolha desse valor falso, ou seja, apesar de que esse valor possa ser qualquer um, seria interessante optar por um número que facilite os cálculos, nesse caso, um número que seja múltiplo dos denominadores da fração, assim, ficará constatada a eficiência no momento da resolução.

Após esse momento, esperamos que a turma tenha tido uma compreensão satisfatória durante a aprendizagem, e assim, possam resolver problemas que envolvem equações do 1º grau através da regra da falsa posição, no entanto, para

que eles possam consolidar esse conhecimento, se faz necessário que passemos um exercício composto por outras situações-problema, para que os mesmos pratiquem cada vez mais esse método de resolução, tão importante para esse processo de aprendizagem. Apresentemos o exercício.

Exercícios

- Resolva os seguintes problemas:

1. Um montão, sua metade, seus dois terços, todos juntos são 26. Digam-me: Qual é a quantidade?
2. De uma quantidade de moedas que tenho, foram perdidas uma terça parte, restando apenas 14. Quantas moedas tinham antes de perdê-las?
3. O salário de Mateus esse mês, só deu para pagar essas despesas: metade com supermercado, um quarto com medicamentos e um sexto com combustível, ficando somente com R\$ 75,00, para uma eventual necessidade. Quanto é o salário de Mateus?
4. No sítio de seu Francisco, tem uma quantidade de bois, um terço de cabras e dois quintos de galinhas, totalizando 52 animais. Quantos são os bois, as cabras e as galinhas que vivem no sítio?
5. Uma caixa de água estava totalmente cheia. Inicialmente, esvaziou-se a metade da capacidade dessa caixa, em seguida foram colocados um quinto de litros de água. O volume de água da caixa totaliza 700 litros. Quantos litros de água cabem nessa caixa?

Na composição do exercício, apresentamos uma questão advinda da História da Matemática, e quatro que contempla a realidade do educando, pois entendemos que essa relação será de suma importância em sua aprendizagem, quanto ao estudo das equações do 1º grau.

Avaliação: A avaliação ocorrerá de forma contínua, sendo que no decorrer das aulas ministradas serão dadas ênfases as discussões, procedimentos adotados e atividades desenvolvidas pelos alunos, possibilitando o docente direcionar o processo de aprendizagem conforme a necessidade de cada um, levando-o a refletir sobre suas estratégias de aprendizagem durante esse processo educativo.

Referências:

ANDRINI, Álvaro; VASCONSELLOS, Maria José. Praticando Matemática, 7º ano/ - 3. ed. renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. A conquista da matemática , 7º ano/ - ed. renovada – São Paulo: FTD, 2009.

GUELLI, Oscar. Matemática em construção. São Paulo: Ática, 2004. Matemática e Realidade. 5.ed. São Paulo: Atual, 2005. v.4. (p.9)

IMENDES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. Matemática: Imendes & Lellis, 7º ano/ - 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2009.

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. Vontade de saber matemática, 7º ano/ – 2. ed. – São Paulo: FTD, 2012.